نوشته‌ها

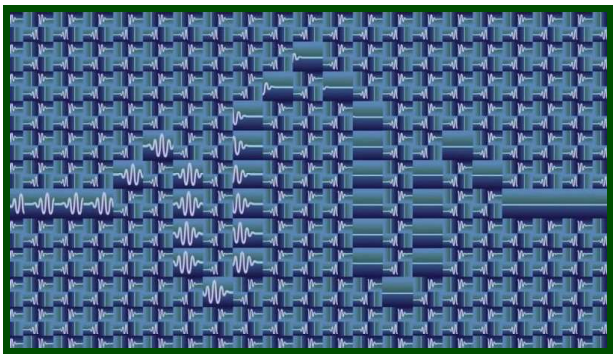
موجک‌ها چگونه به محققان اجازهٔ تبدیل و درک داده‌ها را می‌دهند؟ *

الکساندر هِلمانز

مترجمان: محمد خرسند زاک، عمران توحیدی **

چکیده:

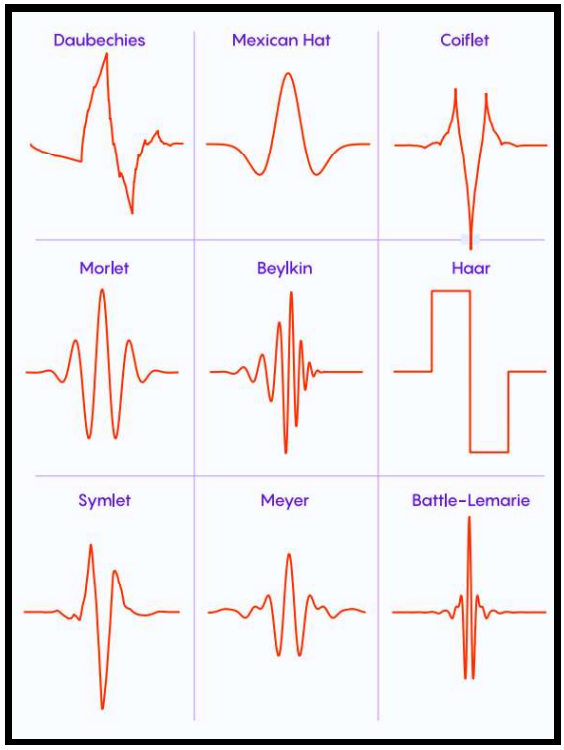
یکی از ابزارهای ریاضی موسوم به موجک‌ها که بر اساس تبدیل فوریه ساخته شده و در همه‌جا وجود دارند، امکان تحلیل و درک سیگنال‌های پیوسته را فراهم می‌کنند.



در دنیایی که روز به روز به داده‌ها وابسته‌تر می‌شود، ابزار ریاضی‌ای با نام موجک، به روشی ضروری برای تجزیه، تحلیل و درک اطلاعات تبدیل شده است. بسیاری از محققان، داده‌های خود را به شکل سیگنال‌های پیوسته دریافت می‌کنند، به این معنی که داده، یک جریان ناگسستنی از اطلاعات در حال تکامل در طول زمان می‌باشد، مانند یک ژئوفیزیک‌دان که به امواج صوتی که از لایه‌های سنگی در زیر زمین منعکس می‌شود گوش فرا می‌دهد، یا یک دانشمند علوم داده که جریان‌های دادهٔ الکتریکی به‌دست آمده از اسکن تصاویر را مطالعه می‌کند. این داده‌ها می‌توانند شکل‌ها و الگوهای مختلفی به خود بگیرند که تجزیه و تحلیل آن‌ها به‌عنوان یک کل، یا جدا کردن آن‌ها و مطالعهٔ قطعات‌شان را دشوار می‌کند، اما موجک‌ها می‌توانند کمک کنند.

موجک‌ها نمایشی از نوسانات موج کوتاه با محدودهٔ فرکانس و اشکال مختلف هستند. از آنجایی‌که این موجک‌ها می‌توانند اشکال مختلفی داشته باشند (تقریباً با هر فرکانس، طول موج و شکلی خاص امکان‌پذیر است)، محققان می‌توانند از آن‌ها برای شناسایی و مطابقت الگوهای موج خاصی در هر سیگنال پیوسته‌ای استفاده کنند. موجک‌ها به دلیل تطبیق‌پذیری گسترده، انقلابی در مطالعهٔ پدیده‌های پیچیدهٔ امواج در پردازش تصویر، ارتباطات و جریان‌های موجود در داده‌های علمی ایجاد کرده‌اند.

امیرهمایون نجمی، فیزیک‌دان نظری در دانشگاه جانز هاپکینز، می‌گوید: « در واقع، تعداد کمی از اکتشافات ریاضی بر جامعهٔ فناوری ما به اندازهٔ موجک‌ها تأثیرگذار بوده‌اند. نظریهٔ موجک درهایی را به روی بسیاری از کاربردها در یک چهارچوب یکپارچه با تأکید بر سرعت، پراکندگی و دقت، که قبلاً به‌سادگی در دسترس نبودند، گشود».



شکل ۱: به‌وسیلهٔ ترسیم «خانواده‌های» موجک‌ها، با شکل‌ها و ساختارهای فرکانسی متفاوت، محققان می‌توانند تقریباً هر نوع جریان دادهٔ پیوسته را تجزیه و تحلیل کنند.

موجک‌ها به‌عنوان نوعی به‌روزرسانی از یک راهکار ریاضی بسیار مفید به نام تبدیل فوریه به‌وجود آمدند. در سال ۱۸۰۷ ژوزف فوریه[1]

[1] Joseph Fourier

کشف کرد که هر تابع متناوب می‌تواند به صورت مجموع توابع مثلثاتی مانند سینوس و کسینوس بیان شود. این امر مفید واقع شد، زیرا به محققان اجازه می‌داد که یک جریان سیگنال را به بخش‌های تشکیل‌دهندهٔ آن تفکیک کنند. به عنوان مثال، نظریهٔ موجک‌ها یک زلزله‌شناس را قادر می‌سازد تا ماهیت ساختارهای زیرزمینی را بر اساس شدت فرکانس‌های مختلف در امواج صوتی منعکس‌شده، شناسایی کند. در نتیجه تبدیل فوریه به طور مستقیم به تعدادی از کاربردها در تحقیقات علمی و فناوری منجر می‌شود. با این حال، موجک‌ها امکان دقت بسیار بیشتری را نیز فراهم می‌کنند. ورونیک دلویل[۲] ریاضی‌دان کاربردی و اخترفیزیک‌دان رصدخانهٔ سلطنتی بلژیک که از موجک‌ها برای تجزیه و تحلیل تصاویر خورشید استفاده می‌کند، می‌گوید: «موجک‌ها راه را برای پیشرفت‌های بسیاری در حذف نویز، بازیابی تصویر و تجزیه و تحلیل تصویر باز نموده‌اند». دلیل این امر این است که تبدیلات فوریه یک محدودیت عمده دارند: آن‌ها فقط اطلاعاتی در مورد فرکانس‌های موجود در سیگنال ارائه می‌دهند و چیزی در مورد زمان یا کمیت آن‌ها ارائه نمی‌کنند. گویی فرایندی برای تعیین انواع صورت‌حساب‌ها در انبوهی از پول نقد داریم، بدون آنکه واقعاً بدانیم چه‌تعداد از هر کدام وجود دارد. به قول مارتین وترلی[۳]، رئیس موسسهٔ فناوری فدرال سوئیس در لوزان: «موجک‌ها قطعاً این مشکل را حل کرده‌اند و به همین دلیل است که بسیار جالب هستند».

اولین تلاش برای رفع این مشکل توسط دنیس گابور[۴]، فیزیک‌دان مجارستانی انجام شد. وی در سال ۱۹۴۶ پیشنهاد کرد که قبل از اعمال تبدیل فوریه، سیگنال را به بخش‌های کوتاهِ گسسته شده بر حسب زمان برش دهیم. با این حال، تجزیه و تحلیل آن‌ها در سیگنال‌های پیچیده‌تر (با اجزای فرکانس به شدت در حال تغییر) دشوار بود. این امر باعث شد که مهندس ژئوفیزیک، ژان مورله[۵]، استفاده از پنجره‌های زمانی را برای بررسی امواج توسعه دهد و طول پنجره‌ها را به فرکانس وابسته سازد. به‌عنوان مثال، پنجره‌های عریض برای بخش‌های با فرکانس پایین سیگنال، و پنجره‌های باریک برای بخش‌های با فرکانس بالای سیگنال، مورد استفاده قرار گرفت. اما این پنجره‌ها همچنان حاوی فرکانس‌های واقعی آشفته‌ای بودند که تجزیه و تحلیل آن‌ها سخت بود. بنابراین مورله ایدهٔ تطبیق هر بخش را با یک موج مشابه ارائه داد که از نقطه نظر ریاضی به خوبی درک شده بود. این کار به او اجازه داد تا ساختار کلی و زمان‌بندی این بخش‌ها را درک کند و آن‌ها را با دقت بسیار بیشتری کشف کند. در اوایل دههٔ ۱۹۸۰ میلادی، مورله این الگوهای موج ایده‌آل‌شده را «ondelettes» نامید که در زبان فرانسوی به معنای «موجک»[۶] هستند.

فلسفهٔ نام‌گذاری «موجک» یا «امواج کوچک»، به دلیل ظاهرشان بوده است. بنابراین یک سیگنال می‌تواند به ناحیه‌های کوچک‌تر تقسیم شود، هر یک در حول یک طول موج خاص متمرکز شده و با جفت‌شدن با موجک منطبق، تجزیه و تحلیل می‌شود. اکنون که با انبوهی از پول نقد مواجه شده‌ایم، برای بازگشت به مثال قبلی، می‌دانیم که از هر نوع صورت‌حساب چه تعداد است. تصور کنید که یک موجک خاص با فرکانس و شکل منحصر به فردی را به سرعت روی سیگنالی خام می‌لغزانید. هر زمانی که شما یک تطابق بسیار خوب داشته باشید، یک عمل ریاضی بین آن‌ها (به نام حاصل‌ضرب نقطه‌ای) صفر یا بسیار نزدیک به آن می‌شود. با اسکن کل سیگنال با موجک‌های با فرکانس‌های مختلف، می‌توانید یک تصویر ثابت از کل رشتهٔ سیگنال را کنار هم قرار دهید و امکان تجزیه و تحلیل کامل را فراهم کنید.

تحقیقات روی موجک‌ها به سرعت تکامل یافت. ایو مِیر[۷] ریاضی‌دان فرانسوی و استاد اکول نرمال سوپریور[۸] در پاریس، منتظر نوبت خود برای دستگاه فتوکپی بود که یکی از همکارانش مقاله‌ای از مورله و فیزیک‌دان نظری، الکس گروسمان[۹] را در مورد موجک‌ها به او نشان داد. مِیر بلافاصله مجذوب این بحث علمی شد و با اولین قطار موجود به مارسی رفت و در آنجا با گروسمان و مورلت و همچنین ریاضی‌دان و فیزیک‌دان اینگرید دابیشیز[۱۰] از دانشگاه دوک، کار خود را آغاز کرد. بعدها مِیر به خاطر کارهای علمی‌اش در نظریهٔ موجک برندهٔ جایزهٔ آبل شد. چند سال بعد، استفان مالات[۱۱]، دانش‌آموختهٔ دانشگاه ایالتی پنسیلوانیا که در حال مطالعهٔ بینایی رایانه‌ای و تجزیه و تحلیل تصویر بود، در ساحل دریا با یکی از دوستان قدیمی‌اش برخورد کرد. این دوست قدیمی، یکی از دانشجویان کارشناسی ارشد تحت راهنمایی مِیر در پاریس بود و دربارهٔ تحقیقات خود در زمینهٔ موجک‌ها با مالات صحبت کرد. مالات فوراً اهمیت کار مِیر را برای تحقیقات خود درک کرد و به سرعت با مِیر همکاری کرد. در سال ۱۹۸۶ آن‌ها مقاله‌ای در مورد کاربرد موجک‌ها در تجزیه و تحلیل تصویر انتشار دادند که در نهایت این کار منجر به توسعهٔ JPEG۲۰۰۰ شد که نوعی استاندارد فشرده‌سازی تصویر است و در تمام دنیا به کار می‌رود. این راهکار سیگنال یک تصویر اسکن شده را با موجک‌ها تجزیه و تحلیل می‌کند تا مجموعه‌ای از پیکسل‌ها را تولید کند که در کل بسیار کوچک‌تر از تصویر اصلی است و در عین حال امکان بازسازی تصویر با وضوح اصلی را نیز فراهم می‌کند. این راهکار زمانی ارزشمند بود

[2]Véronique Delouille [3]Martin Vetterli [4]Dennis Gabor [5]Jean Morlet [6]wavelets [7]Yves Meyer [8]École Normale Supérieure [9]Alex Grossmann [10]Ingrid Daubechies [11]Stéphane Mallat

که محدودیت‌های فنی انتقال مجموعهٔ داده‌های بسیار بزرگ را با مشکل مواجه می‌کرد.

یکی از دلایلی که موجک‌ها را بسیار مفید می‌کند خاصیت تطبیق‌پذیری آن است که به آن‌ها امکان می‌دهد تقریباً هر نوع داده‌ای را رمزگشایی کنند. دان هایبرچس[۱۲]، مهندس و ریاضی‌دان دانشگاه کاتولیک لوون[۱۳] بلژیک گفته است: «انواع موجک‌ها وجود دارند، می‌توانید آن‌ها را له کنید، بکِشید، می‌توانید آن‌ها را با تصویر واقعی که به آن نگاه می‌کنید تطبیق دهید». الگوهای موج در تصاویر دیجیتالی می‌توانند از جنبه‌های مختلف متفاوت باشند، اما موجک‌ها همیشه می‌توانند کشیده یا فشرده شوند تا بخش‌هایی از سیگنال را با فرکانس‌های پایین‌تر یا بالاتر مطابقت دهند. شکل الگوهای موج نیز می‌تواند به شدت تغییر کند، اما ریاضی‌دانان انواع مختلف یا «خانوادهٔ» موجک‌ها را با مقیاس‌ها و طول موج‌های متفاوت برای مطابقت با این تنوع ایجاد کرده‌اند.

یکی از شناخته‌شده‌ترین خانواده‌های موجک، موجک مادر دابیشیز[۱۴] است که اعضای آن ساختار فراکتالی مشابهی دارند، با پیک‌های[۱۵] نامتقارن بزرگ که تکرارهای کوچکتری از پیک‌ها را شبیه‌سازی می‌کنند. این موجک‌ها به اندازه‌ای به تجزیه و تحلیل تصاویر حساس هستند که کارشناسان از آن‌ها برای تشخیص نقاشی‌های اصلی از تقلبی در آثار ونسان ون‌گوگ استفاده کرده‌اند.

سایر خانواده‌های موجک که به خاطر شکل‌هایشان شناخته می‌شوند عبارتند از: کلاه مکزیکی با یک بیشینه مرکزی و دو کمینه مجاور، و موجک کوئیفلت، (به نام رونالد کویفمن[۱۶] ریاضی‌دان دانشگاه ییل[۱۷])، شبیه به کلاه مکزیکی اما با قله‌های تیز به جای مناطق مسطح. این موجک‌ها برای ضبط و حذف نویزهای ناخواسته در تصاویر، سیگنال‌های صوتی و جریان‌های دادهٔ تولید شده توسط ابزارهای علمی مفید هستند.

موجک‌ها علاوه بر استفاده در تجزیه و تحلیل سیگنال‌های صوتی و پردازش تصویر، ابزاری در تحقیقات پایه‌ای هستند. آن‌ها می‌توانند به محققان کمک کنند تا الگوهای موجود در داده‌های علمی را با امکان تجزیه و تحلیل کل مجموعه داده‌ها به یکباره کشف کنند. هایبرچس می‌گوید: «همیشه برایم جالب است که کاربردها چه‌قدر متنوع هستند. چیزی در مورد موجک‌ها وجود دارد که آن‌ها را به روش «درست» برای نگاه کردن به داده‌ها تبدیل می‌کند، و این مهم نیست که چه نوع داده‌ای باشند».

* A. Hellemans, How Wavelets Allow Researchers to Transform, and Understand, Data, Quanta Magazine, October 13, 2021.

** دانشگاه آزاد اسلامی واحد الیگودرز، دانشگاه کوثر

[12] Daan Huybrechs [13] Leuven [14] Daubechies mother wavelet [15] peaks [16] Ronald Coifman [17] Yale