# برندگان جایزهٔ آبل ۲۰۲۱*

**کوین هارتنت**

**مترجم: محمد جلوداری ممقانی** **

**چکیده:**

*آوی ویگرسون[1] و لس‌لو لواش[2] به خاطر کار و توسعهٔ نظریهٔ پیچیدگی و نظریهٔ گراف و مرتبط کردن این دو نظریه به صورت مشترک برندهٔ جایزهٔ آبل سال ۲۰۲۱ شدند.*

لس‌لو لواش (سمت راست) و آوی ویگرسون (سمت چپ)

وقتی ویگرسون و لواش کارهای علمی خود را در سال‌های ۱۹۷۰ شروع کردند، علوم رایانهٔ نظری و ریاضی محض تقریباً به طور کامل جدا از هم بودند. امروزه این رشته‌ها چنان در هم تنیده شده‌اند که تشخیص خط بین آن‌ها ممکن نیست. لواش و ویگرسون به خاطر کمک اساسی به این زمینه‌ها و به خاطر نزدیک‌تر کردن آن‌ها به یکدیگر برندهٔ جایزهٔ آبل شدند، جایزه‌ای که آکادمی علوم و ادبیات نروژ اعطا می‌کند و کسب آن، یکی از بزرگترین افتخارات در جهان ریاضیات است.

راسل ایمپاگلیاتزو[3] از دانشگاه کالیفرنیا در سن‌دیگو که با هر دوی این ریاضی‌دانان کار کرده‌است، می‌گوید: «در بسیاری جهات کارهای آن‌ها مکمل هم هستند. آوی در طرف رایانه و لواش در طرف ریاضیات است، ولی بسیاری از مسائلی که آن‌ها کار می‌کنند مرتبط با هم‌اند». فرصتی که اصولاً باید برای این جفت‌سازی رخ دهد نتیجه‌ای از یک دورهٔ منحصر به فرد در تاریخ علم است که آن‌ها در آن رشد یافتند.

ویگرسون در سال ۱۹۵۶ در اسرائیل به دنیا آمد. هنگام نوجوانی او، دانشمندان علوم رایانه تازه داشتند به طرح یک چهارچوب کاری نظری بنیادی اقدام می‌کردند که مقدر بود بخش اعظم عمر حرفه‌ای او را به خود اختصاص دهد. این چهارچوب موسوم به نظریهٔ پیچیدگی[4]، مشتمل بر طبقه‌بندی مسائل محاسباتی بر حسب سختی حل آن‌ها با استفاده از الگوریتم‌ها است. نخستین سنجهٔ پیچیدگی عبارت از تعداد مراحل محاسباتی، همراه با تمایز اساسی بنیادی بین «ساده‌بودن» و «سخت‌بودن» است.

مثالی از یک مسئلهٔ محاسباتی ساده، پیدا کردن حاصل‌ضرب دو عدد است. بدون توجه به بزرگی حاصل‌ضرب، رایانه‌ها به سرعت آن را پیدا می‌کنند. این مسئله در رده "P" قرار می‌گیرد که شامل تمام مسئله‌های محاسباتی است که به راحتی حل می‌شوند.

از سوی دیگر، به نظر می‌رسد که پیدا کردن عوامل اول یک عدد صحیح، کاری سخت باشد. الگوریتم شناخته شده‌ای وجود ندارد که این کار را برای تمام اعداد صحیح به سرعت انجام دهد. اما اگر عوامل اول یک عدد در دست باشد، تحقیق این موضوع که آن‌ها عوامل آن عددند کاری آسان است و در واقع با پیداکردن حاصل‌ضرب آن‌ها صورت می‌گیرد. این مسئله در ردهٔ پیچیدگی "NP" قرار دارد، که شامل مسائل محاسباتی است که حل‌شان سخت ولی تحقیق درستی‌شان آسان است.

در اوایل دههٔ ۱۹۷۰ دانشمندان علوم رایانه حدسی را در زمینهٔ پیچیدگی محاسبه فرمول‌بندی کردند که راهنمای کارهای آتی آنان بود: آیا لیست مسائل موجود در ردهٔ "P" متناظر است با مسائل موجود در ردهٔ "NP" ؟ این مسئله‌ها در سال ۱۹۷۷ که ویگرسون وارد انستیتوی تکنولوژی اسرائیل شد، تازه بودند. در دهه‌های آتی او کمک‌های شایان توجهی به نظریهٔ پیچیدگی محاسبه کرد. کارهای او به حل این سؤال که کدام مسئله تحت چه شرایطی به کدام ردهٔ پیچیدگی تعلق دارد کمک می‌کرد. ویگرسون می‌گوید «وقتی تحصیلات تکمیلی را آغاز کردم، نظریهٔ پیچیدگی در حال تبدیل‌شدن به زمینه‌ای بالغ بود. من خود با آن بزرگ شدم.»

در اواخر دههٔ ۱۹۸۰ ویگرسون و همکارش، رن راز[5] مسئلهٔ پیچیدگی محاسباتی «تطابق تام» را، که در کارهای لواش نیز مطرح شده بود، مورد مطالعه قرار دادند. فرض کنید ۲۰ ماشین در اختیار دارید که هر کدام می‌تواند برخی از ۲۰ تکلیف داده‌شده را انجام دهد ولی هیچکدام همهٔ ۲۰ تکلیف را نمی‌تواند انجام دهد. مسألهٔ تطابق تام این است که آیا می‌توان این تکلیف‌ها را بین ماشین‌ها چنان توزیع

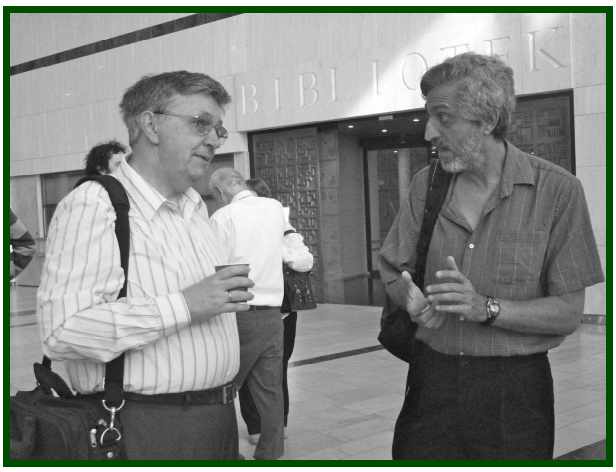
[1] Avi Wigderson [2] László Lovász [3] Impagliazzo [4] complexity Theory [5] Ran Raz

کرد که به هر ماشین یک تکلیف تخصیص یابد و آن ماشین آن را بتواند انجام دهد. ویگرسون و راز، مسئله را با افزودن قیدهای مشخصی مورد مطالعه قراردادند. آن‌ها فکر کردند مدار رایانه‌ای که با آن کار می‌کردند می‌تواند عملیات استاندارد مانند «و» و «یا» را انجام دهد ولی نمی‌تواند عمل بسیار مهم «نه» را انجام دهد. البته دانشمندان علوم رایانه بیشتر مایلند بدون در نظر گرفتن کیفیت، ثابت کنند که فلان مسئله سخت است. اما آن‌ها قبلاً در این راه شکست خورده بودند، چرا که در غیراین‌صورت باید می‌دانستیم که ردهٔ "P" با ردهٔ "NP" برابر است. بنابراین آن‌ها سعی می‌کنند ثابت کنند که برای حل این مسئله، وقتی منابع محاسباتی و نیز زمان در دسترس را محدود کنید، الگوریتم سریعی مانند تطابق وجود ندارد.

ویگرسون می‌گوید: «شما می‌خواهید محدودیت‌های الگوریتم‌ها را پیدا کنید و اگر نتوانید این کار را در زمینه‌ای بسیار کلی‌تر انجام دهید، آن‌ها را محدود می‌کنید، گویی بازوی خود را در پشت آن‌ها گره می‌زنید». در سال ۱۹۹۰ وی و راز ثابت کردند که هیچ روشی بهتر از به کار بردن موازی تعداد زیادی رایانه برای حل مسألهٔ تطابق در مدارهایی بدون عمل «نه» وجود ندارد. در همان زمان ویگرسون روی یک مسألهٔ اساسی پیچیدگی کار می‌کرد، این‌که تصادفی بودن چه تأثیری در سرعتی می‌گذارد که با آن می‌توان مسئله‌ای محاسباتی را حل کرد. تا دههٔ ۱۹۷۰ دانشمندان علوم رایانه برای تصادفی بودن مزیتی قائل نبودند. آن‌ها ثابت کردند که اگر به الگوریتمی اجازه دهید که حین فرایند تصمیم خود از پرتاب سکه استفاده کند، می‌تواند برای برخی مسئله‌ها سریع‌تر به جواب برسد. برای مثال آزمون اول بودن یک عدد، با روش پرتاب سکه سریع‌تر از حالتی خواهد بود که در آن هر مرحله به طور قطعی انتخاب شود. ویگرسون می‌گوید: «در آن موقع به نظر می‌رسید که استفاده از تصادفی بودن از عدم استفاده از آن مفیدتر است». اما در دو مقاله، ویگرسون و همکاران ثابت کردند که تحت شرایطی همواره می‌توان یک الگوریتم تصادفی سریع را به یک الگوریتم تعینی سریع تبدیل کرد. در نتیجه ثابت شد که ردهٔ پیچیدگی موسوم به "BPP" درست برابر است با ردهٔ پیچیدگی "P". بنابراین نتیجهٔ ده‌ها سال کار روی الگوریتم‌های تصادفی‌شده، به صورت زیبایی به بدنهٔ اصلی نظریهٔ پیچیدگی گره زده شد و نحوهٔ نگاه دانشمندان علوم رایانه به الگوریتم‌های تصادفی را تغییر داد. ویگرسون می‌گوید: «فکر می‌کنم از هر کسی بپرسید خواهد گفت تصادفی بودن ضعیف است و قوی نیست، زیرا تحت شرایطی که ما عمیقاً به آن‌ها باور داریم، تصادفی بودن می‌تواند محدود شود».

ویگرسون که از سال ۱۹۹۹ در انستیتوی مطالعات پیشرفته پرینستون اقامت دارد، یک فهرست طولانی از نتایج دیگر نظریهٔ پیچیدگی تهیه کرده است که شامل دو روش است . روشی موسوم به حاصلضرب زیگ ـ زاگ که مستقیماً با چندین زمینهٔ ریاضیات محض مرتبط است و روشی برای فرار از یک شبکهٔ تودرتو با ره‌گیری تعداد ثابتی از تقاطع‌ها. وسعت کار ویگرسون نشان از راهی دارد که زمینهٔ پیچیدگی محاسبه، از زمان ورود وی در آن، توسعه یافته است.

همزمان با توسعه‌یافتن مرزهای نظریهٔ پیچیدگی، لواش در زمینه‌ای بسیار نزدیک به این نظریه که جای رشد بسیاری داشت، مشغول به کار بود. وی که متولد بوداپست در سال ۱۹۴۸ است، از سنین کودکی یک ستارهٔ ریاضی بود. در نوجوانی سه مدال طلای مسابقات المپیاد جهانی ریاضی را نصیب خود کرد و در یک بازی نمایشی مجاری که نوابغ را در محفظه‌های شیشه‌ای قرار می‌دادند و می‌خواستند مسئله‌های ریاضی را حل کنند، قهرمان شد.



**لواش و ویگرسون قبلاً همدیگر را می‌شناختند، این تصویر در مراسم جایزهٔ آبل ۲۰۱۲ گرفته شده است.**

همچنین در اوایل زندگی، با ریاضی‌دان پرنفوذ مجارستان، «پال اردیش» دیدار کرد که وی را با زمینهٔ نظریهٔ گراف آشنا کرد. در آن موقع نظریهٔ گراف زمینه‌ای دست نخورده در ریاضیات بود که به طرح مسائل تفریحی مانند حدس چهار رنگ اشتهار داشت. حدسی که در حال حاضر، قضیه‌ای اثبات شده است و پاسخی به این سؤال بود که آیا همواره ممکن است در یک نقشهٔ جغرافیایی، فقط با چهار رنگ کشورها را طوری رنگ کرد که هیچ دو کشور همسایه، رنگ یکسان نداشته باشند؟! لواش که اکنون مقیم دانشگاه ایوتوش لئونارد مجارستان است می‌گوید: «نمی‌خواهم بگویم نامفهوم بود، ولی مسلماً نظریهٔ گراف بخشی از جریان اصلی ریاضیات نبود زیرا

بسیاری از نتایج و مسئله‌های آن از معماها یا نوعی ریاضیات تفریحی ناشی می‌شد». اما وقتی لواش در ۲۲ سالگی در سال ۱۹۷۰ وارد دورهٔ دکتر شد، اوضاع تغییر یافته بود و یکی از دلایل اصلی آن رایانه و رشد سریع علوم رایانه بود.

رایانه‌ها لزوماً با کمیت‌های گسسته و دنباله‌هایی از صفرها و یک‌ها کار می‌کنند. ترکیبیات، ریاضیات اشیاء گسسته است و یکی از زیرشاخه‌های اصلی آن نظریهٔ گراف است که شبکه‌های یال‌ها (اضلاع) را که رأس‌ها (نقطه‌ها) را به‌هم وصل می‌کنند، مطالعه می‌کند. به معنای دقیق کلمه، این نظریه نوعی زبان برای تحقیق در مورد سؤالاتی است که در علوم رایانه مطرح می‌شوند. لواش برآمدن رایانه‌ها و نظریهٔ گراف را ظهوری تاریخی و خجسته و آن را با ظهور آنالیز (نوع پیشرفته‌ای از حسابان) در قرن‌های ۱۸ و ۱۹ برای حل مسائل تحقیقاتی فیزیک هم‌طراز می‌داند و می‌گوید: «من گاهی قیاس بین آنالیز و فیزیک در قرن‌های ۱۸ و ۱۹ که دست به دست هم رشد یافتند را، به کار می‌برم، چیزی مشابه در مورد نظریهٔ گراف و علوم رایانه اتفاق افتاد».

بیشترین کارهای لواش حول محور توسعهٔ الگوریتم‌ها برای حل مسائل مختلف متمرکز است. یکی از اثرگذارترین نتایج او الگوریتم LLL است که نام خود را از حرف‌های اول اسامی پدید آورندگانش، لواش و برادران لنسترا،[۶] گرفته است. این الگوریتم روی اشیاء هندسی موسوم به مشبکه‌ها[۷] کار می‌کند، که مجموعه‌ای از نقاط در فضا است که مختصات صحیح دارند. این الگوریتم به یکی از بنیادی‌ترین ویژگی‌های مشبکه‌ها می‌پردازد: در یک مشبکه نزدیک‌ترین رأس به مبدأ کدام است؟ این مسئله‌ای ساده است که معمولاً حل سختی دارد، به‌ویژه در فضاهای با بعد بالا و وقتی رأس‌های مشبکه شکلی بی‌ریخت تولید کنند. به‌جای ارائهٔ جوابی دقیق به این مسئله، الگوریتم LLL یک تقریب خوب از آن پیدا می‌کند، به این ترتیب که نقطه‌ای را شناسایی و اطمینان حاصل می‌کند که نقطهٔ دیگری وجود ندارد که به مبدأ نزدیکتر از این نقطه باشد. با توجه به کاربردهای گستردهٔ این مدل هندسی، توانایی در پیدا کردن این نقطه نتایجی در زمینه‌های مختلف، از تجزیهٔ چندجمله‌ای‌ها تا امنیت سیستم‌های رمزنگاری دارد. «گیل کالای»[۸] یکی از اعضای سابق کمیتهٔ جایزهٔ آبل می‌گوید: «هم از لحاظ نظری و هم از جنبه‌های گوناگون عملی این یکی از الگوریتم‌های بنیادی است». یکی دیگر از نتایج بنیادی لواش مزه‌ای احتمالاتی دارد. در دههٔ ۱۹۶۰ پال اردیش روشی را که بعدها روش احتمالاتی حل مسائل گراف نامیده شد، ابداع کرد. ریاضی‌دانان معمولاً در صدد هستند بدانند که آیا گرافی با ویژگی‌های مورد نظر وجود دارد؟ یک راه پاسخ به این سؤال ارایهٔ گرافی با این ویژگی‌هاست. اما اردیش ثابت کرد که رویکردی دیگر صرفاً عبارت است از اثبات این‌که گرافی که به تصادف انتخاب شده است این ویژگی‌ها را با احتمال بالا خواهد داشت. متأسفانه روش اردیش بهترین کارکرد را در اثبات وجود گراف‌هایی داشت که قبلاً رایج بودند. در دههٔ ۱۹۷۰ لواش و اردیش برای به‌دست‌آوردن ابزار کمکی موسوم به «لم موضعی لواش»، که برای اثبات وجود گراف‌های بسیار کمیاب کارا بود، همکاری کردند. این لم تاکنون یکی از روش‌های بنیادی در نظریهٔ گراف است. کالایی می‌گوید: «این ابزار هزاران بار تاکنون مورد استفاده قرار گرفته است».

لواش همچنین در زندگی علمی خود مسائل بسیاری در نظریهٔ گراف حل کرده‌است، که یکی از آن‌ها حدس کنسر[۹] درباره کمترین تعداد رنگ‌های لازم برای رنگ‌کردن یک گراف داده‌شده است و یکی دیگر در مورد شرایطی است که تطابق کامل را تضمین می‌کند و با ساختار گراف‌ها مرتبط است. او همچنین چندین حدس در مورد گراف‌ها مطرح کرده‌است که هنوز مطالعات در زمینهٔ نظریهٔ گراف را هدایت می‌کنند. این حدس ها شامل دو مسئله است، حدس KLS و حدس EFL که نتایج بزرگی طی چند ماه اخیر از خود بروز داده‌اند.

طی سال‌هایی که پیشگامانی چون ویگرسون در حال پالایش و درک پیچیدگی محاسبه بودند، لواش مشغول به حل مسائلی دربارهٔ گراف‌ها بود که کمک کردند تا مرزهای بین دو ردهٔ پیچیدگی تعریف شوند. کالای می‌گوید: «این مفاهیم، پیچیدگی با استفاده از سؤالات ساده‌ای در مورد گراف‌ها تنظیم شده‌بود، بنابراین سؤالات دربارهٔ گراف‌ها بسیار مهم‌اند و لواش اینها را از آغاز مطالعه کرده است.» بنابراین بسیار به‌جاست اگر دو پیشگام که زمینه‌های تحقیقاتی خود را به‌هم نزدیک کردند در جایی دیگر بهم بپیوندند: جایزهٔ آبل.

* Kevin Harinett, Pioneers Linking Math and Computer Science with Abel Prize, Quanta Magazine, 17 march 2021.

**دانشگاه علامه طباطبایی

[6] Lenstra [7] lattice [8] Gil Kalai [9] Kneser