

## در کشاکش جنگ، قحطی و صلح، یک اوکراینی، جادو را در ریاضیات می جوید\*

تی. لین و ای. کلاریچ\*

مترجم: مینا معینی و حسن ملکی<sup>‡</sup>

اشغال را در جنگ جهانی دوم تجربه کرده بود، نپذیرفت و والدینش او را رها نکردند. ویاژوفسکا گفت «مادر بزرگ او نمی توانست تصور کند که در او کرایین نمی میرد، زیرا او همه زندگی خود را در آنجا گذرانده بود.»

در ماه مارس، در حمله هوایی روسیه، کارخانه هواپیماسازی آنتونوف که پدرش در سالهای روبه زوال دوران جماهیر شوروی در آن کار می کرد، با خاک یکسان شد. ویاژوفسکا در همان نزدیکی به مهد کودک رفته بود. روسیه تمرکز حملات جنگی خود را در اواخر همان ماه به منطقه دونباس<sup>۳</sup> در شرق اوکرایین معطوف کرد. این برای خانواده ویاژوفسکا و سایر ساکنان شهر کیف، اتفاق خوشایندی بود، اما جنگ تمام نشده است. خواهران ویاژوفسکا برای او از دوستانی صحبت می کردند که مجبور به جنگیدن شده اند. از دوستانی که برخی از آنها کشته شده اند.

ویاژوفسکا در ماه می گفت: «اگرچه جنگ و ریاضیات بخش های متفاوت ذهن او را درگیر کرده است، اما در ماه های اخیر نتوانسته تحقیقات ریاضی زیادی انجام دهد.» او گفت: «وقتی با کسی درگیری دارم یا از نظر عاطفی مشکلی در جریان است، نمی توانم کار کنم.»

امروز ویاژوفسکا مدال فیلدز خود را در کنگره جهانی ریاضی دانان در شهر هلسنیکی فنلاند دریافت می کند. این کنگره توسط اتحادیه جهانی ریاضیات هر چهار سال یک بار هم زمان با اعلام برندگان نشان فیلدز برگزار می شود. با وجود همه نگرانی ها در مورد وضعیت حقوق بشر در روسیه که منجر به صدور بیانیه ای توسط ۴۰۰ ریاضی دان و تحریم کنگره امسال شده بود، قرار بود کنگره امسال در شهر سن پترزبورگ روسیه برگزار شود. اما زمانی که روسیه در ماه فوریه به اوکرایین حمله کرد، اتحادیه جهانی ریاضیات، کنگره جهانی ریاضی دانان را به صورت مجازی برنامه ریزی کرد. با این حال، مراسم اهدای جوایز به صورت حضوری در فنلاند برگزار می شود. در مراسم امروز، اتحادیه جهانی ریاضیات به بسیاری از دستاوردهای ریاضی ویاژوفسکا اشاره کرد، به ویژه اثبات او مبنی بر اینکه آرایش به نام مشبکه  $E_8$  متراکم ترین جاسازی گوی ها در بُعد هشتم است.

مارینا ویاژوفسکا، دومین زنی است که در تاریخ هشتادوشش ساله اهدای نشان فیلدز، به این افتخار دست یافته است. **مریم میرزاخانی**

«مارینا ویاژوفسکا<sup>۱</sup>، نظریه پرداز اعداد و حل کننده مسئله بسته بندی کره ها<sup>۲</sup>، در حالی که سرزمین مادری اش گرفتار جنگ بود، توانست دومین زنی باشد که در تاریخ هشتاد و شش ساله اهدای نشان فیلدز، این جایزه را دریافت می کند.»



ویاژوفسکا در موسسه فناوری فدرال لوزان سوئیس

در اواخر فوریه، تنها چند هفته پس از اینکه مارینا ویاژوفسکا متوجه شد که بالاترین جایزه برای یک ریاضی دان، یعنی نشان فیلدز را به دست آورده است، تانک ها و هواپیمای جنگی روسیه، حمله خود را به اوکرایین، سرزمین مادری اش و شهر کیف، زادگاهش آغاز کردند. ویاژوفسکا، دیگر در اوکرایین زندگی نمی کرد، با این حال خانواده او آنجا بودند. دو خواهر، یک خواهرزاده نه ساله و یک برادرزاده هشت ساله اش راهی سوئیس شدند، جایی که ویاژوفسکا اکنون در آنجا زندگی می کند. آن ها ابتدا باید دو روز صبر می کردند تا ترافیک قطع شود. حتی در آن زمان، حرکت به سمت غرب به طرز دلهره آوری کند بود. این چهار نفر، پس از چند روز اقامت در خانه یک غریبه و انتظار کشیدن برای عبور از مرز به عنوان پناهجویان جنگی، توانستند شبانه از مرز اوکرایین به سمت اسلواکی عبور کرده و بعد از آن با کمک صلیب سرخ به بوداپست بروند و در آنجا سوار پرواز ژنو شوند و به سوئیس بیایند. در چهارم مارس، آن ها به لوزان سوئیس رسیدند، جایی که ویاژوفسکا، به شوهرش، پسر ۱۳ ساله و دختر ۲ ساله اش پیوست. والدین، مادر بزرگ و سایر اعضای خانواده ویاژوفسکا در شهر کیف ماندند. با نزدیک شدن تانک های روسی به خانه والدینش، ویاژوفسکا هر روز تلاش می کرد تا آن ها را متقاعد کند که باید آنجا را ترک کنند. اما مادر بزرگ ۸۵ ساله او که در دوران کودکی جنگ و

\*T. Lin and E. Klarreich <sup>1</sup>Maryna Viazovska <sup>2</sup>The sphere-packing <sup>3</sup>Donbas

اجازه می‌دهد تا برای ورود و خروج از روی یکدیگر، رد شوند. از پایین، آسمان از دریاچه‌های دایره‌ای شکل سقف مجتمع که از نگاه توپولوژیک آن را شبیه پنیر سوئیسی سوراخ سوراخ کرده، قابل دیدن است. کمی آن طرف‌تر، در داخل یکی از آن ساختارهای مدولار، استادی با کارت دسترسی امنیتی، درهای نارنجی رنگ منتهی به قسمت داخلی بخش ریاضی را باز می‌کند. درست از کنار پرتره‌های امی نوتر، گاوس، کلاین، دیریکله، پوانکاره، کووالفسکی و هیلبرت، در سبز رنگی قرار دارد که یک برجسب ساده روی آن خورده است: «مارینا ویازوفسکا، استاد کرسی ریاضی».

در داخل دفتر، تنها رایانه، چاپگر، تخته سیاه، کاغذ و کتاب، همراه با کمی وسایل شخصی وجود دارد. مکانی که جادو در آن اتفاق افتاده است، نه مکانی فیزیکی در فضا-زمان که جهانی مجرد از ابعاد بالاتر در ذهن ویازوفسکا به نظر می‌رسد.

پشت میز کوچک دفترش، نظریه پرداز برجسته اعداد و حل‌کننده مسئله معروف جاسازی گوی‌ها، شروع به روایت داستانش به شیوه خاص خود می‌کند. رفته‌رفته، یخش آب می‌شود و می‌خندد، چشمانش می‌درخشد، بلند می‌شود و در حالی که خاطرات گذشته را برایمان بازگو می‌کند، قدم می‌زند.

اولین آن‌ها، خاطره پیاده‌روی با مادر بزرگش است، زمانی که کودکی سه‌ساله بیشتر نبود، از آپارتمان دلچسب خانوادگی‌شان در یک بلوار پهن به سمت بنای یادبود شیمی زمین‌شناس بزرگ، ولادیمیر ورنادسکی<sup>۷</sup>، قدم می‌زدند که مادر بزرگش او را بغل می‌گیرد و به هوا پرت می‌کند.

ویازوفسکا که اکنون ۳۷ ساله است، می‌گوید: «اواخر دهه ۱۹۸۰ دوره سخت و دشواری در اتحاد جماهیر شوروی به حساب می‌آید. مردم برای خرید اجناس اساسی، ساعت‌ها باید در صف می‌ایستادند.» در مغازه‌ها اجناسی مانند کره یا گوشت کم بود و مادرش برای اینکه بتواند برای سه فرزندش بیشتر کالا بخرد، عذاب می‌کشید و نگران بود مردمی که در صف‌های طولانی هستند، از دست او عصبانی شوند. خانواده او چیز زیادی نداشتند، زیرا کلاً چیز زیادی برای داشتن وجود نداشت، اما والدینش مصمم بودند که او و خواهرانش، هرگز گرسنه یا در سرما نمانند. هیچ فروشگاهی لباس خوبی نداشت، اما گاهی به کارگران فرصتی برای برنده شدن یک جفت کفش شیک ساخت چکسلواکی به‌عنوان انگیزه‌ای برای انجام کار خوب، داده می‌شد. مادرش به او توضیح داده بود که ممکن بود کفش اندازه پای تو نباشد، اما اگر یک کفش برنده شوی، می‌توانی آن را با کسی تعویض کنی که کفشی اندازه تو برده است.

اولین زن ریاضی‌دانی بود که در سال ۲۰۱۴ توانست این نشان را دریافت کند. **هنری کوهن**<sup>۴</sup> ریاضی‌دانی که از او خواسته شد تا سخنرانی رسمی کنگره جهانی ریاضی‌دانان را ارائه دهد، گفت: «مانند همه برندگان دیگر نشان فیلدز، مارینا ویازوفسکا موفق به انجام کارهایی می‌شود که به صورت کلی، غیربدیهی هستند، کارهایی که افراد بسیاری برای انجام آن‌ها تلاش کردند ولی شکست خوردند.» او گفت: «برخلاف دیگران، ویازوفسکا توانسته است این کار را با کشف ساختارهای بسیار ساده، طبیعی و عمیق انجام دهد، چیزهایی که هیچ‌کس انتظارش را نداشته و شخص دیگری قادر به کشف آن‌ها نبوده است.»



ویازوفسکا در اتاقش در موسسه فناوری فدرال لوزان

## مشق دوم

در یک عصر بارانی ماه مه، مکان دقیق «موسسه فناوری فدرال لوزان سوئیس»<sup>۵</sup> در بیرون از ایستگاه مترو EPFL، کاملاً مشخص نیست. این دانشگاه به‌عنوان یک دانشگاه تحقیقاتی پیشرو در ریاضیات، فیزیک و مهندسی به حساب می‌آید. بعضی اوقات هم، از این دانشگاه با عنوان MIT اروپا یاد می‌شود. در انتهای یک مسیر که برای دوچرخه‌سواران و عابران پیاده مشخص شده و تا زیر یک بزرگراه کوچک ادامه دارد، نشانه‌هایی از زیست در محیط دانشگاه نمایان می‌شود: قفسه‌های گول‌بیکر دوطبقه مملو از دوچرخه، معماری مدولار<sup>۶</sup> متناسب با یک منظره علمی-تخیلی شهری و میدان مرکزی مملو از کلاس‌های درس، غذاخوری‌ها و پوستره‌های دانشجویی انگیزه‌بخش. آن طرف میدان، یک کتابخانه مدرن و مرکز دانشجویی با یک راه‌پله مارپیچی سه‌بعدی قرار دارد که به دانشجویان

<sup>4</sup>Henry Cohn <sup>5</sup>École polytechnique fédérale de Lausanne <sup>6</sup>modular architecture <sup>7</sup>Vladimir Vernadsky

بعضی مواقع چقدر پایین بود، و یازوفسکا با خنده پاسخ می‌دهد: «و شاید مشتق دوم.»

### تقریباً بی‌نهایت

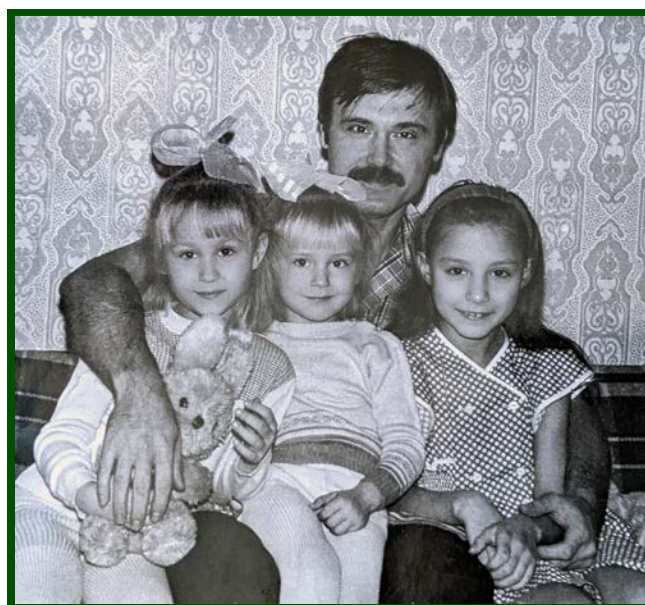
هنگامی که ویازوفسکا دانش‌آموز کلاس اول بود متوجه شد که ریاضی را بیشتر از هنرهای زبانی دوست دارد: «در خواندن، من خیلی کُند بودم. در نوشتن، بیش از حد نامرتب بودم. اما در ریاضیات، خیلی سریع محاسبات را انجام می‌دادم.» با این همه، آن‌گونه نبود که او از خواندن خوشش نمی‌آمد. او الکساندر دوما، ژول ورن و کتاب‌های ماجراجویی مختلفی را که والدینش به او داده بودند، را خوانده بود. بعدها او داستان‌های علمی-تخیلی را کشف کرد و عاشق این ژانر شد. او می‌گوید داستان کوتاهی به نام «گل‌ها برای آلجرونن» که برندهٔ جایزه هوگو شد، برایش خاطره‌انگیز بوده است. داستان، دربارهٔ یک مرد دارای ناتوانی ذهنی و یک موش آزمایشگاهی است که برای تقویت هوش خود تحت یک آزمایش قرار می‌گیرند. او می‌گوید: «در واقع این داستان به ما مربوط می‌شود، به شرایط انسانی، نه فناوری خیالی.» ویازوفسکا همچنین داستان‌های علمی تخیلی برادران روسی آرکادی و بوریس استروگاتسکی را با اشتیاق فراوان خوانده بود. او می‌گوید در حالی که کارهای اولیهٔ آن‌ها نسبت به کمونیسم بیش از حد خوش‌بینانه و ساده‌لوحانه بود، بعدها نوشته‌های آن‌ها به‌طور فزاینده‌ای تیره و «بسیار هوشمندانه‌تر و عمیق‌تر» شد.

افچوشینسکی یادش است که اولین بار با ویازوفسکا در حدود ۱۲ سالگی در حاشیهٔ یک سمینار فیزیک بعد از مدرسه ملاقات کرده است. حتی در آن زمان، ویازوفسکا به روش خودش به مسائل ریاضی نگاه می‌کرده است. او یک مسئله که شامل یک سیستم فیزیکی با هفت عنصر بود را به‌یاد می‌آورد: «مارینا حدس زد که هفت، تقریباً بی‌نهایت است.» افچوشینسکی می‌گوید که تقریب فوق‌العاده او بسیار خوب کار کرد و مسئله را به‌شدت ساده کرد. «هیچ کس دیگری نمی‌توانست چنین راه‌حلی را پیشنهاد کند.»

خواهران کوچکتر ویازوفسکا، ناتالی و تتیانا، به‌یاد می‌آورند که او حتی در کودکی چه‌قدر با استعداد و متعهد بود. ناتالی می‌گوید: «وقتی همه به خواب می‌رفتند، او دفترچهٔ یادداشت خود را برمی‌داشت و چند فرمول درون آن می‌نوشت.» ناتالی دلش نمی‌خواست مثل خواهر بزرگترش معلم ریاضی شود. ناتالی می‌گوید: «معلم ریاضی او، معلم ریاضی من شد و من بارها از او شنیدم که مارینا یک دانش‌آموز نخبه است.»

ویازوفسکا وارد یک دبیرستان تخصصی (چیزی شبیه دبیرستان

ویازوفسکا می‌گوید: «اتحاد جماهیر شوروی زمانی که من شش‌ساله بودم از هم پاشید.» خانواده او برای زندگی در اوکراین آزاد و مستقل، هیجان‌زده بودند، اما تورم شدید وضعیت اقتصادی آن‌ها را بدتر کرد. در اتحاد جماهیر شوروی پول وجود داشت، اما کالایی برای خرج کردن آن وجود نداشت. در سال‌های اولیهٔ استقلال اوکراین، کالا وجود داشت اما پول کافی برای خرید آن‌ها وجود نداشت. مادرش تا سال ۱۹۹۵ به عنوان مهندس کار می‌کرد و در همان سال آخر کار، به دخترش گفت که حقوق ماهیانهٔ او حتی کفاف هزینهٔ بلیت مترو را نمی‌دهد.



ویازوفسکا (سمت راست) در کنار پدر و دو خواهرش در خانه‌شان در شهر کیف

ویازوفسکا پدرش را «یک شیمی‌دان سابق» توصیف می‌کند، «فوق‌العاده پر انرژی» و دارای «روحیهٔ کارآفرین»، و بعد به یاد می‌آورد که چگونه او کار خود را راه‌اندازی کسب و کارهای کوچک، یکی پس از دیگری، واقعیت جدید را پذیرفت. او گفت که این واقعیت جدید، غیرقابل پیش‌بینی بودن و آشفتگی بود. «یک روز، تو چیز زیادی نداری و بعد از آن فرصت دیگری به‌وجود می‌آید و شما چیزهای زیادی دارید.»

با این حال، هم ویازوفسکا و هم همسرش، دانیل افچوشینسکی،<sup>۸</sup> فیزیک‌دان موسسهٔ فناوری فدرال لوزان سوئیس، شور و نشاط امیدوارکننده‌ای که اوکراینی‌ها از چشم‌انداز رشد اقتصادی احساس می‌کردند، را به‌خاطر دارند. افچوشینسکی با اشاره به اهمیت نرخ رشد نسبت به دارایی‌های جاری می‌گوید: «در اقتصاد، آنچه مهم است مشتق است و نه قدر مطلق.» باتوجه‌به اینکه این قدر مطلق در

<sup>8</sup>Daniil Evtushinsky

در ماه مارس، جنگ، ضربه جبران ناپذیری بر جامعه ریاضی اوکراین وارد کرد، زمانی که یولیا زدانوفسکایا<sup>۱۰</sup> ریاضی دان ۲۱ ساله اوکراینی در حمله هوایی روسیه در خارکف کشته شد. پنج سال پیش، زدانوفسکایا مدال نقره المپیاد ریاضی دختران اروپا را به دست آورد، که روبلیوف به سازماندهی آن کمک کرد. او گفت: «من او را خوب می شناختم. این فاجعه ای برای کشور ما است که چنین افراد جوان و با استعدادی در حال جان دادن هستند.» در ماه مه، چند هفته قبل از اعلام مدال فیلدز، روبلیوف متعقد بود که یک اوکراینی مانند ویازوفسکا نمی تواند جایزه برتر ریاضی را با توجه به نفوذ روسیه در صحنه جهانی کسب کند. او در آن برهه گفته بود: «جای افسوس دارد که نشان فیلدز به او داده نشد، زیرا او شایسته آن است.»

### کار درست و بی نقص

اولین لحظه بزرگ و شادی آفرین برای ویازوفسکا به عنوان یک ریاضی دان در سال ۲۰۰۵ رقم خورد، زمانی که او در اولین نتیجه تحقیقات اصلی خود به عنوان یک کارشناس ارشد در دانشگاه کیف مشارکت داشت. در حالی که مسئله، یک مسئله بزرگ حل نشده نبود، او فهمید که می تواند آن را حل کند. او می گوید: «احساس شادی آن جاست که یک موضوع جمع می شود و نتیجه می دهد.» این اتفاق، اعتماد به نفس او را تقویت کرد.

ویازوفسکا توسط [ایگور شفچک](#)<sup>۱۱</sup> استاد ریاضی در دانشگاه کیف که مسئول برگزاری مسابقات ریاضی دانشگاهی بود که ویازوفسکا قبلاً در آن ها شرکت کرده بود، تشویق شد تا روی آن مسئله کار کند. ویازوفسکا می گوید که شفچک این مسئله را با چند نفر از جمله او و یک دانشجوی کارشناسی ارشد دیگر به نام [آندری بوندارنکو](#)<sup>۱۲</sup> در میان گذاشت. مقاله ای که او و بوندارنکو با هم نوشتند، سرآغاز دوره ای پربار از همکاری بین این دو شد. بعدها، زمانی که بوندارنکو در دانشگاه کیف تدریس می کرد، با دانشجوی نخبه دیگری به نام [دانیلو رادچنکو](#)<sup>۱۳</sup> شروع به همکاری کرد. سه ریاضی دان جوان اوکراینی با هم یک تیم قوی و مثال زدنی تشکیل دادند.

در سال ۲۰۱۱، ویازوفسکا به همراه بوندارنکو و رادچنکو مقاله ای درباره طرح های گروهی به مجله سالنامه ریاضیات یا همان «آنالز»<sup>۱۴</sup> ارسال کردند. در باور بسیاری از ریاضی دانان این مجله، شاید معتبرترین مجله در ریاضیات باشد. به گفته [دون زاگر](#)<sup>۱۵</sup> که در آن زمان استاد راهنمای دکترای ویازوفسکا و رادچنکو بود «مجله آنالز، قله قلعه هاست.» زمانی که رادچنکو درباره تصمیم شان مبنی بر ارسال

در ایالات متحده) شد، جایی که کلاس های ریاضی و فیزیک پیشرفته برگزار می شد و معلمان بی نظیری داشت که مشتاقانه برای آموزش مفاهیم دشوار، تلاش می کردند و دانش آموزان را به کار و تسلط روی این مفاهیم وا می داشتند. در آنجا، او عمیق تر وارد دنیای رقابتی المپیادهای ریاضی شد که سال ها عاشق آن بود.

ویازوفسکا می گوید: «همه گذشته را دوست ندارم. این به شما می آموزد که چگونه ببازید و چگونه برنده شوید. در مورد من، آن قدر که آرزو داشتم موفق نبودم. در آخرین سال تحصیلی خود در دبیرستان، رویای من این بود که نماینده اوکراین در المپیاد بین المللی ریاضی باشم.» در مسابقات کشوری تنها دوازده شرکت کننده برتر به یک اردوی آماده سازی دعوت می شدند که در نهایت از میان آن ها شش ملی پوش انتخاب می شد. ویازوفسکا سیزدهم شد. او می گوید: «سخت تلاش کرده بودم، اما انگار به اندازه کافی سخت نبود.»

[بوهدن رابلیوف](#)<sup>۹</sup> رئیس برنامه المپیاد ریاضی اوکراین و استاد ریاضی در دانشگاه کیف، ملاقات با ویازوفسکا را در آن سال به یاد می آورد. او تبدیل شدن ویازوفسکا را به چنین ریاضی دان برجسته ای را یک «شگفتی بزرگ» می داند، اما می گوید که از این بابت بسیار خوشحال است، چرا که ویازوفسکا انسان بسیار خوبی است. مارینا در ادامه، در بسیاری از مسابقات ریاضی دانشگاهی برنده شد و به گفته رابلیوف، او در هیئت داوران به درجه بندی مسابقات المپیاد در کیف کمک کرد. رابلیوف می گوید که اکنون تیم المپیاد به دلیل جنگ در لهستان تمرین می کند، در حالی که او از نظر قانونی موظف است به عنوان یک نیروی ذخیره ۵۸ ساله در اوکراین بماند.



لیوانی با عکس ویازوفسکا و رابلیوف بوهدن در المپیاد ریاضی

دختران اروپا در سال ۲۰۱۹

<sup>9</sup>Bogdan Rublyov <sup>10</sup>Yulia Zdanovskaya <sup>11</sup>Igor Shevchuk <sup>12</sup>Andrii Bondarenko <sup>13</sup>Danylo Radchenko <sup>14</sup>Annals of Mathematics <sup>15</sup>Don Zagier

یک دوازده وجهی را در کره جاسازی کنید و از دوازده گوشه آن به عنوان نقاط نمونه برای میانگین گیری خود استفاده کنید و مطمئن باشید که می توانید پاسخ دقیق برای همه چندجمله ای ها تا درجه پنج را به دست آورید. مجموعه ای مانند این ۱۲ نقطه یک «طرح کروی»<sup>۱۶</sup> نامیده می شود.

**از دهه ۱۹۷۰، ریاضی دانان به دنبال جواب این سؤال بودند:** زمانی که سراغ چندجمله ای های از درجات بالاتر برویم، تعداد نقاط در یک طرح کروی چگونه افزایش می یابد؟ این سوالی است که ویازوفسکا، بوندارنکو و رادچنکو به آن پاسخ دادند. کوهن می گوید: «این اتفاق چیزی است که بسیاری از ریاضی دانان برای زمان طولانی به آن فکر کرده اند، و بعد از ساخت وسازهای نه چندان مفید، سروکله این مقاله پیدا می شود.» او می گوید: «خب عزیزم! چرا کار را به این شکل انجام نمی دهی تا دقیقاً کران درست که QED است را به دست بیاوری؟ این گونه نیست که این سه نفر برای رسیدن به هدف، از میان حلقه های پرپیچ و خم، پریده باشند، بلکه آن ها فقط کار را درست و بی نقص انجام داده اند.»

### تابع های جادویی

ویازوفسکا، دوره کارشناسی را، دوره ای که آن را «زندگی دوگانه» می نامد، به مطالعه دو شاخه در ظاهر متفاوت جبر و آنالیز (تعمیم حساب دیفرانسیل) اختصاص داد. اما سپس برای تحصیل در مقطع دکترا به بن آلمان رفت و شروع به مطالعه فرم های مدولار<sup>۱۷</sup> کرد، توابعی با تقارن های خاص، که در کاشی کاری های دایره ای شکل هنرمند و معمار بزرگ، ام. سی. اش<sup>۱۸</sup> ظاهر می شوند. فرم های مدولار شامل مباحث آنالیزی زیادی است، اما تقارن آن ها جبر را نیز وارد داستان می کند. ویازوفسکا می گوید: «من متوجه شدم که اینجا، جایی است که دو علاقه من به هم می رسند.»

او به همراه بوندارنکو و رادچنکو شروع به بررسی این پرسش کردند که آیا فرم های مدولار می توانند مسئله ای را که قرن ها پیش مطرح شده بود و این سه برای مدتی سعی کردند آن را حل کنند، به جواب برسانند؟ و آن پرسش این بود: چگونه کره ها را می توان به متراکم ترین شکل ممکن در کنار هم قرار دهیم؟ ریاضی دانان قبلاً می دانستند که متراکم ترین راه برای بسته بندی گوی ها در صفحه دوعبده ای، الگوی لانه زنبور عسل است و متراکم ترین راه برای بسته بندی کره ها در فضای سه بعدی، انباشته های هرمی شکل است که در پشته های پرتقال در میوه فروشی می بینید. اما این سؤال را می توان در ابعاد بالاتر نیز مطرح کرد، جایی که کاربردهای مهمی در

مقاله به «آنالز» با زیر صحبت کرد، زایر با خودش این گونه فکر کرد: «روی پردازی کنید ... شما اول راه هستید.» اما این **مقاله** [در کمال ناباوری] پذیرفته شد و خیلی زود ریاضی دانان، کنفرانس های کاملی را برای بحث در مورد آن ترتیب دادند. کوهن از تحقیقات مایکروسافت و موسسه فناوری ماساچوست پس از خواندن آن می گوید: «وای، چه مقاله فوق العاده ای.»



ویازوفسکا در ساختمان آموزش پیشرو در موسسه فناوری فدرال لوزان

این مقاله، مسئله کلاسیک رفتار یک تابع را با بررسی مقادیر آن در برخی از نقاط تجزیه و تحلیل می کند. در حالتی که تیم سه نفره شان به آن پرداختند، تابع، یک چندجمله ای مثلاً چیزی شبیه به  $3x^4 + 4xy^2z^5$  است و ما می توانیم هر مقدار ورودی برای چندجمله ای را به عنوان نقطه ای در فضایی در نظر بگیریم که بعد آن برابر با تعداد متغیرهاست. بنابراین برای چندجمله ای بالا، هر ورودی یک نقطه در فضای سه بعدی با محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  خواهد بود. در مسئله ای که ویازوفسکا و همکارانش مطالعه کردند، ما به مقدار میانگین چندجمله ای روی یک کره علاقه مندیم. می توانیم این میانگین را با انتخاب چندین نقطه روی کره و میانگین گیری مقادیر چندجمله ای در آن نقاط، تقریب بزنیم و اگر واقعاً خوش شانس باشیم و یا اگر نقاط را با دقت انتخاب کنیم، حتی ممکن است به جای تقریب، پاسخ دقیق را دریافت کنیم.

ریاضی دانان مدت ها است می دانند که برای هر چندجمله ای، می توان مجموعه ای متناهی از نقاط را انتخاب کرد که پاسخ دقیق را می دهد. علاوه بر این، می توانید مجموعه ای یکتا از نقاط را طوری انتخاب کنید که برای همه چندجمله ای ها تا یک درجه خاص (بالاترین مجموع توان ها در هر یک از عبارات چند جمله ای) جواب دهد. به عنوان مثال، اگر در فضای سه بعدی کار می کنید، می توانید

<sup>16</sup>spherical design <sup>17</sup>modular forms <sup>18</sup>M. C. Eshcer

تصحیح خطای کد دارد.

هیچ کس نمی‌دانست متراکم‌ترین بسته‌بندی‌های کره در ابعادی بالاتر از سه چیست. اما دو بُعد خاص ۸ و ۲۴ خواهان زیادی داشتند. در این دو بُعد، دو آرایش فوق‌العاده متقارن وجود دارد که به ترتیب مشبکه  $E_8$  و مشبکه لیچ<sup>۱۹</sup> نامیده می‌شوند. در این دو بُعد، بسته‌بندی کره‌ها بسیار فشرده‌تر و متراکم‌تر از هر آرایش دیگری است که ریاضی‌دانان تاکنون توانسته‌اند پیدا کنند.



ویازوفسکا فرم‌های مدولار را از روی کتاب‌هایی که دون زایر، استاد راهنمایش نوشته، تدریس می‌کند.

که پاسخ نه‌به‌شکل مدولار، بلکه به شکل یک «شبه‌مدولار» مشخص است، چیزی که در تقارن‌هایش خطاهایی دارد. [پیتسر سارناک](#)<sup>۲۱</sup> از مؤسسه مطالعات پیشرفته، گفت که او مقاله‌ای «کاملاً مبهوت‌کننده» منتشر کرد. «این مقاله از آن دست مقاله‌هایی است که شما آن را برمی‌دارید و تا زمانی که آن‌را کامل نخوانید، ره‌ایش نمی‌کنید.» چند ساعت پس از انتشار مقاله، خبر کار ویازوفسکا همه‌جا پخش شده بود. آن شب، [آکشوی ونکاتش](#)<sup>۲۲</sup> ریاضی‌دان مؤسسه مطالعات پیشرفته، که خود [برنده نشان فیلدز در سال ۲۰۱۸](#) بود، [نسخه‌ای از مقاله](#) را در ایمیلی برای کوهن ارسال کرد که در قسمت موضوع ایمیل نوشته شده بود: WOW! کوهن اثبات مقاله را بلعید. «واکنش اولیه من این بود، خدای من، این مقاله چیه؟! به نظر می‌رسد که تاکنون هیچ‌کس تلاشی برای ساخت این توابع انجام نداده است. شکل شبه‌مدولاری که ویازوفسکا استفاده کرده، همیشه تنها یک نسخه معیوب از فرم‌های مدولار به‌نظر می‌رسید. اما این یک نظریه غنی درخور توجه بود که در زیر سطح پنهان شده بود.» کوهن که متقاعد شده بود رویکرد ویازوفسکا باید در بُعد ۲۴ نیز به کار آید، به او ایمیل زد تا پیشنهاد همکاری دهد. از آن طرف اما ویازوفسکا تنها چیزی که می‌خواست مدتی استراحت بود. اما در نهایت موافقت کرد که آماده حل مسئله در بُعد ۲۴ شود و در طول یک هفته سخت و نفس‌گیر، او، کوهن، همراه با رادچنکو و دو ریاضی‌دان دیگر، [موفق شدند ثابت کنند](#) که مشبکه لیچ متراکم‌ترین بسته‌بندی کره‌ها در فضای ۲۴ بُعدی است. رادچنکو می‌گوید: «احتمالاً دیوانه‌کننده‌ترین هفته زندگی من، همان یک هفته بود.»

### یک حدس جسورانه

ویازوفسکا و همکارانش بعد از این کار جاه‌طلبی بیشتری پیدا کردند. ریاضی‌دانان مدت‌ها گمان می‌کردند که مشبکه  $E_8$  و مشبکه لیچ چیزی فراتر از «بهترین راه برای بسته‌بندی کره‌ها» هستند. ریاضی‌دانان باور داشتند که این دو مشبکه به‌نوعی «بهینه جهانی» هستند، به این معنی که آن‌ها بهترین آرایش و بسته‌بندی را بر اساس معیارهای زیادی دارند، به‌عنوان مثال، برای پیدا کردن روشی با کمترین انرژی برای قرار دادن الکترون‌های دفع‌کننده متقابل در فضا یا شکل پلیمرهای پیچ خورده در یک محلول از این آرایش استفاده می‌شد.

برای اثبات اینکه مشبکه  $E_8$  و مشبکه لیچ مصرف انرژی را در تمام زمینه‌های مختلف به حداقل می‌رسانند، گروه باید توابع جادویی را برای هر مفهوم مختلف از انرژی ارائه می‌کرد، یعنی تعداد بی‌نهایت

کوهن و [نوام الکیز](#)<sup>۲۰</sup> از دانشگاه هاروارد روشی را ابداع کردند که از توابع خاصی برای محاسبه کران‌های بالایی برای میزان تراکم بسته‌بندی کره‌ها استفاده می‌کند. در ابعاد ۸ و ۲۴، این کران‌های بالا، تقریباً با تراکم  $E_8$  و مشبکه لیچ مطابقت کامل داشتند. ریاضی‌دانان مطمئن بودند که در هریک از این دو بعد، باید یک تابع «جادویی» وجود داشته باشد که کران آن کاملاً با  $E_8$  یا مشبکه لیچ مطابقت داشته باشد که به‌واسطه آن‌ها می‌توان ثابت کرد که آن‌ها متراکم‌ترین بسته‌بندی هستند. اما محققان هیچ ایده‌ای نداشتند که این توابع جادویی را از کجا پیدا کنند.

بوندارنکو، ویازوفسکا و رادچنکو برای ساختن یک تابع جادویی به دنبال فرم‌های مدولار بودند، اما برای مدت طولانی پیشرفت کمی داشتند. در نهایت، بوندارنکو و رادچنکو توجه خود را به مسائل دیگری معطوف کردند اما ویازوفسکا، نمی‌توانست از فکر کردن در مورد بسته‌بندی کره‌ها دست بردارد. [او بعدها](#) به مجله کوانتا گفت که احساس می‌کرد این مسئله تنها متعلق به اوست.

او پس از چندین سال کلنجار رفتن با این مسئله، در سال ۲۰۱۶ موفق شد تابع جادویی را برای بُعد هشت مشخص کند. او فهمید

<sup>19</sup>Leech lattice <sup>20</sup>Noam Elkies <sup>21</sup>Peter Sarnak <sup>22</sup>Akshay Venkatesh

می‌گوید: «زمان‌هایی هست که مادرم در حال گوش دادن به چیزی است و وقتی با او صحبت می‌کنید واکنشی نشان نمی‌دهد.» او زمانی را به یاد می‌آورد که خانواده‌اش در برلین زندگی می‌کردند، و یازوفسکا در حال کار روی اثبات  $E_8$  بود و در نتیجه او آخرین بچه‌ای بود که در مهد کودک دنبالش می‌آمدند. او می‌دانست که مادرش جوایز ریاضی زیادی برده است، اما زمانی که شنید مادرش نشان فیلدز را برده، متعجب شد و گفت: «حالا درک می‌کنم که چرا او این قدر سخت کار می‌کرد.»

اوایل ماه مه در لوزان، پای پیاده بیست دقیقه طول می‌کشد تا از پردیس EPFL به آپارتمان مارینا برسی. یک تخت اضافی در اتاق نشیمن اضافه شده تا ناتالی و تتیانا و دختر تتیانا، اولکساندرا و پسر ماکسیم را در خود جای دهد. بهار امسال، اولکساندرا تولد ده‌سالگی خود را نه در خانه‌شان در شهر کیف، که در خانه عمه‌اش مارینا در لوزان جشن گرفت.



ویازوفسکا در خانه با دختر ۲ ساله‌اش، سوفی و پسر ۱۳ ساله‌اش، مایکل.

بر روی یکی از دیوارها، نقاشی بزرگی از مارینا با پس‌زمینه دریاچه ژنو آویزان است. جدای از ریاضیات، هنر از دوران کودکی مورد علاقه او بوده است. برخی از نقاشی‌های مورد علاقه او، مانند طرحی که از یک بطری کلاین با الگوی ماهی اثر کشیده، مضامینی از ریاضی و علوم را در خود جای داده است. او توضیح داد که مطالعه ریاضی بدون علاقه به بطری کلاین و کارهای اثر دشوار است. او گاهی برای کمک به تجسم ایده‌های هندسی در کارش نقاشی می‌کشد، اما کاملاً آگاه است که وقتی با ابعاد بالاتر سر و کار داریم، تجسم دو بُعدی و سه بُعدی اغلب همراه‌کننده است.

ویازوفسکا پیاده به محل کار می‌رود، هم برای ورزش کردن و هم به دلیل اینکه نه او و نه شوهرش رانندگی نمی‌کنند. این واقعیتی است که زن و شوهر با محبت سربه‌سر یکدیگر می‌گذارند. افچوشینسکی به شوخی می‌گوید: «مارینا گواهی‌نامه رانندگی دارد، اما در دنیای سه‌بعدی ما، رانندگی برای او بسیار دشوار است.» ویازوفسکا با صدای بلند می‌خندد. وقتی افچوشینسکی توضیح داد که چگونه در حال

تابع جادویی. اما آن‌ها فقط اطلاعات ناچیزی در مورد رفتار چنین توابع جادویی داشتند، البته در صورت وجود چنین توابعی. آن‌ها مقدار تابع را در برخی از نقاط می‌دانستند و در نقاط دیگر مقدار تبدیل فوریه آن را می‌دانستند که آن هم، فرکانس‌های طبیعی تابع را اندازه‌گیری می‌کند. آن‌ها همچنین می‌دانستند که تابع و تبدیل فوریه آن با چه سرعتی و چگونه در نقاط خاصی تغییر می‌کند. سؤال این بود: آیا این اطلاعات برای ساخت این توابع کافی است؟

ویازوفسکا حدس جسورانه‌ای زد: اطلاعاتی که گروه در اختیار داشت دقیقاً برای ساخت تابع جادویی مناسب و کافی بود. هرچه اطلاعات کمتر، توابع بیشتری مناسب کار پیدا می‌شود و هر چه اطلاعات بیشتر، توابع به‌دردبخور کمتری وجود دارد. کوهن شک داشت. آنچه ویازوفسکا پیشنهاد کرده بود آن قدر ساده و اساسی بود که او در آن زمان فکر می‌کرد: «اگر این حدس درست باشد، به قطع و یقین کسی باید قبلاً آن را می‌دانست.» از طرفی او می‌دانست که ویازوفسکا حدس‌های بی‌هوده نمی‌زند: «آن موقع فکر می‌کردم شاید شانس در خانه او را زده باشد.»

ویازوفسکا و رادچنکو ابتدا موفق شدند [یک حالت ساده‌شده حدس را اثبات کنند](#)، که در آن اطلاعات به مقادیر تابع و تبدیل فوریه آن محدود می‌شد، نه به سرعت تغییر آن‌ها. سپس، همراه با دیگر همکاران گروه، چگونگی اثبات حدس کامل را [کشف کردند](#)، دقیقاً آنچه برای نشان دادن بهینه‌بودن شبکه  $E_8$  و شبکه لیچ در حالت کلی مورد نیاز بود. کوهن می‌گوید: «به نظر می‌رسد که در فرایند تلاش برای درک این شبکه‌ها، مارینا همچنین در حال خلق پیشرفته‌ترین روش‌ها در آنالیز فوریه بوده است.»

سیلویا سرفتی<sup>۲۳</sup> از دانشگاه نیویورک می‌گوید که [مقاله به‌دست‌آمده](#) با بزرگ‌ترین پیشرفت‌های قرن نوزدهم برابری می‌کند، زمانی که ریاضی‌دانان موفق شدند بسیاری از مسائلی را که برای قرن‌ها ریاضی‌دانان قبلی را گیج کرده بود، حل کنند. او در آن زمان به کوانتا گفت: «این مقاله به‌راستی یک پیشرفت عالی در علم به حساب می‌آید. دانستن اینکه مغز انسان توانایی اثبات چنین چیزی را دارد، برای من یک واقعیت خارق‌العاده است.»

## جنگ و صلح

اگر زمان‌هایی به نظر می‌رسد که ویازوفسکا هنگام ریاضی‌ورزی در جهانی دیگر یا ابعاد متفاوتی غور می‌کند، همان طور که پسر نوجوانش مایکل می‌گوید، به احتمال زیاد او در دنیای خودش است. مایکل

<sup>23</sup>Sylvia Serfaty

دارد که هموطنانش مجبور شده‌اند خود را با آژیرهای حمله هوایی، گلوله‌باران و جنگ سازگار کنند. برادرزاده‌اش، ماکسیم، پس از تحمل روزهای اول تهاجم، شب‌ها شروع به راه رفتن در خواب می‌کرد. ویازوفسکا می‌گوید: «جنگ بدون هزینه نیست و این حجم از استرس و این همه ترس در آینده عواقبی به دنبال خواهد داشت.» و جمله پایانی او: «ستمگران نمی‌توانند جلوی ریاضی خواندن ما را بگیرند. ریاضی حداقل چیزی است که وجود دارد و آن‌ها نمی‌توانند آن را از ما بگیرند.»

\*T. Lin and E. Klarreich, *In Times of Scarcity, War and Peace, a Ukrainian Finds the Magic in Math*, *Quanta magazine*, July 5, 2022.

گرفتن گواهی‌نامه است، آن را کاری ملال آور و زمان‌بر که به سختی پیش می‌رود، توصیف کرد. افچوشینسکی می‌گوید: «احتمالاً ما تنها والدینی هستیم که ماشین نداریم. نمی‌دانم چرا برای ما داشتن ماشین این قدر سخت است.»

از آن جایی که گفت‌وگو به ناچار به درگیری در اوکراین برگشت، ویازوفسکا جمله تلخی را بیان کرد که در میان دوستانی که به خانه برگشته‌اند، به یک عبارت غم‌آلود تبدیل شده است: «آن دوران خوب قدیمی کرونا را به خاطر دارید؟» مادر بزرگ ویازوفسکا، که هنوز قصد ترک اوکراین را ندارد، به او گفته است که با وجود اینکه پیر و فرتوت شده و تقریباً زمان مرگ او فرارسیده است، نمی‌خواهد قبل از پایان جنگ بمیرد: «من می‌خواهم صلح را ببینم و ببینم که همه چیز درست شده است.»

\*دانشگاه ملایر

ویازوفسکا به کشورش افتخار می‌کند، اما احساس وحشتناکی

