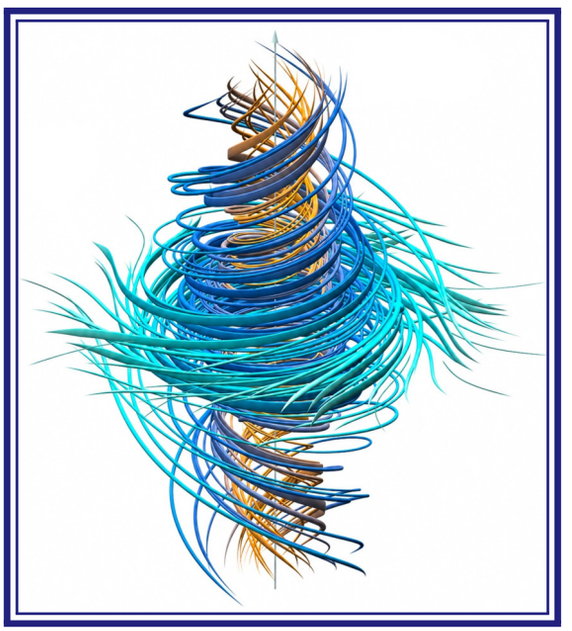
نوشته‌ها

هوش مصنوعی یکی از مسائل ریاضی با جایزهٔ یک میلیون دلاری هزاره را حل کرد*

کنستانتین کاکائس

مترجم: سعید علیخانی**



راه‌حل OpenAI یک گرداب است که در اینجا به تصویر کشیده شده است، که در آن رنگ زرد نشان‌دهنده سرعت چرخش سریع‌تر و رنگ آبی نشان‌دهنده سرعت چرخش کندتر است.

صبح روز سه‌شنبه، ۸ سپتامبر، ریاضی‌دانان شرکت OpenAI اعلام کردند که گروهی متشکل از ۱۰۰۰۰ عامل هوش مصنوعی خودکار تحت مدیریت آن‌ها—که روی یک مدل پیشرفته و غیرقابل دسترسی برای عموم اجرا می‌شدند—موفق به کشف یک «تکینگی» [1] در معادلات ناویه-استوکس[2] در سه بعد شده‌اند. به این ترتیب، یکی از شش مسئله باقی‌مانده از «مسائل جایزهٔ هزاره» (که در سال ۲۰۰۰ توسط مؤسسهٔ ریاضیات کلی مطرح شد و هر کدام یک میلیون دلار جایزه دارد) حل شد. نتیجه کار آن‌ها رسماً در زبان برنامه‌نویسی Lean مورد راستی‌آزمایی قرار گرفته که به ریاضی‌دانان این اطمینان را می‌دهد که پاسخ واقعاً درست است.

اگر این نتیجه در بررسی‌های دقیق‌تر بعدی همچنان پایدار بماند، با فاصله‌ای زیاد، مهم‌ترین اثبات ریاضی است که تا به امروز توسط یک مدل هوش مصنوعی به‌دست آمده؛ اتفاقی که شاید نقطه عطفی بنیادی در نحوهٔ مواجههٔ ریاضی‌دانان با مسائل دشوار باشد.

این مسئله خاص و پیچیده به معادلات دیفرانسیل مربوط می‌شود که روابط بین کمیت‌های متغیر را بیان می‌کنند. آن‌ها بدون شک مهم‌ترین ابزار ریاضی برای توضیح جهان اطراف ما هستند. طبق یک قاعدهٔ کلی، نوشتن آن‌ها آسان و حل کردنشان سخت است.

[1] Singularity [2] Navier-Stokes equations

معادلات ناویه-استوکس، معادلاتی دیفرانسیلی هستند که از قانون دوم حرکت نیوتون برای توصیف رفتار سیالات—از جریان‌های اقیانوسی گرفته تا جریان‌های هوا—استفاده می‌کنند. این معادلات نخستین بار در اواسط قرن نوزدهم نوشته شدند و از آن زمان تاکنون محور اصلی مطالعه مکانیک سیالات بوده‌اند. اما یک سؤال بنیادی درباره این معادلات همواره باقی مانده بود: آیا پاسخ‌های آن‌ها همیشه رفتاری منظم و هموار دارند یا پاسخ‌های آن‌ها می‌توانند در طول زمان به‌گونه‌ای تکامل یابند که بخش بسیار کوچکی از سیال با سرعتی بی‌نهایت شروع به حرکت کند و به اصطلاح یک «تکینگی» ایجاد نماید؟

بیانیهٔ OpenAI درباره کشف این تکینگی دیرین، ۱۲ ساعت پس از بیانیه تریستان باکمستر[3] از دانشگاه نیویورک منتشر شد. باکمستر اعلام کرده بود که همراه با لون آلپوگه از شرکت اِنتراپیک[4] چند مسئله بسیار مرتبط را با کمک مدل‌های مختلف هوش مصنوعی، از جمله مدل‌های OpenAI حل کرده‌اند.

هر دو تیم مبتنی بر هوش مصنوعی، اتکای شدیدی به کارهای دیگو کوردوبا[5] از مؤسسهٔ علوم ریاضی مادرید و لوئیس مارتینز-زوروآ[6] از دانشگاه کونف[7] داشتند؛ پژوهشگرانی که استراتژی متفاوتی را برای حمله به این مسئله توسعه داده بودند که با روش‌های مورد استفاده اکثر ریاضی‌دانان تفاوت بنیادی داشت.

چارلز ففرمن[8] از دانشگاه پرینستون، که توصیف رسمی مؤسسهٔ کلی از مسئله ناویه-استوکس را نوشته بود، گفت: «از اینکه مسئله حل شد بسیار هیجان‌زده شدم.» او گفت که قهرمانان واقعی این داستان، کوردوبا و مارتینز-زوروآ هستند. همان‌طور که باکمستر در بیانیه اعلام نتایج خود نوشت: «بگذارید آنچه را که در خلوت به همکارانم گفته‌ام علنی کنم: با توجه به مجموعهٔ این تحقیقات، معتقدم لوئیس مارتینز-زوروآ شایستهٔ دریافت مدال فیلدز است.»

یک پدیده منحصربه‌فرد

معادلات ناویه-استوکس بر این فرض استوارند که شما می‌توانید روی یک سیال زوم کنید و مقادیر بی‌نهایت کوچک‌تری از آن را در نظر بگیرید. دنیای واقعی این‌گونه نیست: سیالات در نهایت از مولکول‌ها و اتم‌ها تشکیل شده‌اند و کاملاً هموار نیستند. این بدان معناست که نتایج ریاضی درباره تشکیل تکینگی‌ها کاربرد عملی فوری ندارد. با این حال، این نتایج مهم هستند، زیرا شگفت‌انگیز است که چنین تکینگی‌هایی حتی به صورت ایده‌آل هم ممکن باشند. این موضوع به ما می‌گوید که برعکس ظاهر سادهٔ قانون دوم نیوتون، پیامدهای آن هنگام اعمال بر سیالات به شدت بر خلاف شهود است. به عبارت دیگر: تلاطم (آشفتگی) حتی عجیب‌تر از آن چیزی است که به نظر می‌رسد.

معادلات ناویه-استوکس این حقیقت را در نظر می‌گیرند که سیالات می‌توانند دارای گرانروی (ویسکوزیته) یا اصطکاک باشند. (سیالات با گرانروی بیشتر مثل عسل کندتر حرکت می‌کنند، در حالی که سیالات با گرانروی کمتر مثل آب سریع‌تر جاری می‌شوند.) مجموعه معادلات ساده‌تر و مرتبطی به نام معادلات اویلر، سیالات با گرانروی صفر را توصیف می‌کنند که بدون اصطکاک جاری می‌شوند. این دو مجموعه معادله ارتباط تنگاتنگی با هم دارند و پژوهشگران اغلب به‌طور هم‌زمان روی هر دو کار می‌کنند. اما وارد کردن حتی مقدار بی‌نهایت کوچکی از اصطکاک باعث می‌شود سیال به گونه‌ای کاملاً متفاوت رفتار کند.

راه حل OpenAI یک گرداب است (که در اینجا تصویر شده)، جایی که رنگ زرد نشان‌دهنده سرعت چرخش سریع‌تر و رنگ آبی نشان‌دهنده سرعت کندتر است. کوردوبا گفت: «ده سال پیش، هیچ‌کس باور نداشت که تکینگی برای ناویه-استوکس وجود داشته باشد»—اگرچه بسیاری معتقد بودند که معادلات اویلر تکینگی را می‌پذیرند. این دیدگاه در سال ۲۰۱۳ تغییر کرد؛ زمانی که توماس هو[9] از مؤسسهٔ فناوری کالیفرنیا و گوو لو،[10] که اکنون در دانشگاه هنگ سنگ[11] هنگ‌کنگ است، نتیجه‌ای ساختارشکنانه به دست آوردند که نشان می‌داد معادلات اویلر می‌توانند در یک استوانه (در صورت چرخش نیمه بالایی و پایینی در جهات مخالف) به‌اصطلاح ریاضی‌دانان «منفجر شوند»[12] . کوردوبا به یاد می‌آورد: «آن اولین ادعای کاملاً جدی درباره تکینگی بود.» طی چند سال بعد، مجموعه‌ای از نتایج از جمله مقاله‌ای در سال ۲۰۱۹ باعث شد ریاضی‌دانان به این فکر بیفتند که نه تنها معادلات اویلر، بلکه ناویه-استوکس هم ممکن است دارای تکینگی باشند.

برای رسیدن از آن نقطه به امروز، چند گام فکری طی شده است. اولین گام، مسئله «مرز»[13] است. نسخهٔ جایزهٔ هزاره از این مسئله می‌پرسد که در فضای سه بعدی که همهٔ جهت‌ها تا بی‌نهایت امتداد دارد چه اتفاقی رخ می‌دهد. نتایج قبلی، مانند نتیجهٔ استوانه در سال ۲۰۱۳، وجود نوعی مرز را فرض می‌کردند. این‌ها یافته‌های

[3] Tristan Buckmaster [4] Anthropic [5] Diego Córdoba [6] Luis Martínez-Zoroa [7] CUNEF [8] Charles Fefferman [9] Thomas Hou [10] Guo Luo
[11] Hang Seng University [12] Blow up [13] Boundary [14] Fefferman

میان‌برِ مفیدی هستند، اما طبق گفته ففرمن،[۱۴] حالت بدون مرز از نظر ریاضی جذاب‌تر است، زیرا در مدل‌های دارای مرز، یافتن تکینگی «به شما می‌گوید سیال به دلیل تعامل با مرز می‌تواند تکینگی تشکیل دهد—اما بدون مرز، این خودِ سیال است که رفتارهای دیوانه‌وار انجام می‌دهد.»

گام مهم بعدی شامل مدل‌سازی نیروهایی است که باعث حرکت سیالات می‌شوند. این نیروها می‌توانند چیزی طبیعی مانند کشش جاذبه به سمت پایین باشند، یا یک مداخله مصنوعی مانند پروانه یک موتور. ریاضی‌دانان این نیروها را با تکنیکی به نام «نیرودهی» مدل‌سازی می‌کنند. آن‌ها گاهی تلاش کرده‌اند توابع نیرودهی ناهنجار و ناموزونی را وارد کنند تا سیالات را وادار به رفتارهای عجیب کنند. اما نسخه جایزه هزاره می‌پرسد وقتی تابع نیرودهی از نظر ریاضی رفتار منظمی دارد یا «هموار» است، چه اتفاقی می‌تواند بیفتد.

در نتیجهٔ مربوط به استوانه در سال ۲۰۱۳، «هو» و «لو» از مدل‌های کامپیوتر برای شبیه‌سازی سناریویی استفاده کردند که ممکن بود منجر به انفجار معادلات اویلر شود. آن‌ها سپس ثابت کردند که انفجار با محاسبه محاسباتی تمام خطاهای محتمل رخ می‌دهد. در سال‌های بعد، تکنیک‌های مشابه به روش غالب برای حمله به مسائل اویلر و ناویه-استوکس تبدیل شدند.

اما در رساله دکتری سال ۲۰۲۱، مارتینز-زوروآ[۱۵] تکنیک‌های تحلیلی جدیدی را پایه‌گذاری کرد که اصلاً به کامپیوترها متکی نبودند. این موضوع او و استاد راهنمایش، کوردوبا، را به افرادی متفاوت و استثنایی در این حوزه تبدیل کرد. تا سال ۲۰۲۳، این دو نفر اثبات کرده بودند که نسخه‌ای از معادلات اویلر با یک تابع نیرودهی درهم‌برهم دارای تکینگی است.

کوردوبا شوخی می‌کند: «من از هوش مصنوعی استفاده نمی‌کنم: من لوئیس را دارم.» مارتینز-زوروآ اضافه کرد موضوع این نیست که هیچ‌کدام با هوش مصنوعی مخالف باشند، بلکه «تا همین اواخر، وقتی سعی کردم از آن برای کار خودم استفاده کنم، خیلی با جریان کاری من جور درنمی‌آمد. واضح است که باید خودم را تطبیق دهم.»

به طور کلی، تکنیک این دو نفر بر ایجاد یک دنباله بی‌نهایت از «لایه‌ها» متکی است که هر کدام یک پاسخ غیرتکین برای معادلاتی هستند که مطالعه می‌کنند. (آن‌ها تکنیک‌های مشابهی را برای معادلات اویلر و ناویه-استوکس و همچنین سایر سیستم‌های مرتبط به کار برده‌اند.) آن‌ها سپس این پاسخ‌ها را در آنچه مارتینز-زوروآ «آبشار بی‌نهایت» می‌نامد ترکیب می‌کنند تا پاسخ جدیدی تولید کنند.

آن‌ها نشان دادند که آن پاسخ جدید شامل تکینگی مورد نظر است. با این حال، حتی اگر هر لایهٔ فردی متکی بر یک تابع نیرودهی هموار باشد، ترکیب آن‌ها با یکدیگر می‌تواند باعث شود تابع نیرودهی ویژگی‌های ریاضی نامطلوبی پیدا کند. به همین دلیل پاسخ آن‌ها نتوانست معیارهای جایزهٔ هزاره را برآورده کند. مانع باقی‌مانده این بود که بفهمند چگونه یک آبشار بی‌نهایت مشابه ایجاد کنند که نه تنها منجر به تکینگی شود، بلکه یک تابع نیرودهی هموار نیز تولید کند.

این همان گامی است که به نظر می‌رسد هر دو گروه رقیب هوش مصنوعی در آن موفق شده‌اند.

یک ترکیب هیجان‌انگیز

هم‌زمان با کار کوردوبا و مارتینز-زوروآ روی تکنیک‌هایشان، تحقیقات ریاضی مبتنی بر هوش مصنوعی وارد دورانی پرکار شده است. از ابتدای تابستان، مدل‌های زبانی بزرگ، عمدتاً از OpenAI و Anthropic برای به دست آوردن اثبات نتایج در بسیاری از زمینه‌های ریاضی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. اغلب این نتایج با اثبات‌های رسمی همراه بوده‌اند که برای اثبات قطعیت مطلق یک گزاره، به زبان برنامه‌نویسی Lean متکی هستند. (بخش حیاتی راستی‌آزمایی که هنوز باید توسط انسان‌ها انجام شود این است که تضمین کنند گزاره‌ای که در Lean درست نشان داده می‌شود، از نظر منطقی معادل همان چیزی است که ریاضی‌دانان قصد اثباتش را داشتند.)

در بخش عمده‌ای از تابستان، این رقابت اگر دوستانه نبود، حداقل علناً تلخ و خصمانه به نظر نمی‌رسید. این وضعیت در ۲۴ ساعت گذشته تغییر کرد.

باکمستر درست قبل از نیمه‌شب دوشنبه، ۷ سپتامبر، بیانیه‌ای به اشتراک گذاشت و نتایج همکاری خود با آلپوگه را اعلام کرد. باکمستر در بیانیه خود گفت: «در بیشتر طول سال گذشته پیشرفت کند بود.» اما تا ۲۲ اوت، آن‌ها یک اثبات راستی‌آزمایی‌شده در Lean برای معادلات اویلر داشتند: باکمستر نوشت: «می‌توانم بگویم اولین اثبات تولیدشده توسط LLM که لون برایم فرستاد، افتضاح‌ترین چیزی بود که تا به حال خوانده بودم.»

این دو قصد داشتند روی یک متن فصیح‌تر کار کنند، اما پس از درز خبر پیشرفتشان به OpenAI احساس کردند مجبورند جدول زمانی خود را جلو بیندازند. باکمستر ابراز تأسف کرد که یکی از

[15] Martínez-Zoroa

سه مقاله‌ای که او و آلپوگه منتشر می‌کردند «فقط می‌تواند به عنوان مَلاط بی‌کیفیت هوش مصنوعی (AI slop) توصیف شود. از این بابت متأسفم.»

شرکت OpenAI اعتراف می‌کند که کار آن‌ها روی معادله ناویه-استوکس الهام‌گرفته از شایعاتی بود که طبق آن آلپوگه و باکمستر یکی از مسائل جایزه هزاره را حل کرده بودند. (آن‌ها کاملاً حل نکرده بودند، اگرچه می‌گویند اثبات راستی‌آزمایی‌نشده‌ای از انفجار برای نسخه‌ای تا حدی آسان‌تر از ناویه-استوکس دارند.) با استفاده از یک مدل داخلی جدید، OpenAI از گروه‌هایی از عامل‌های هوش مصنوعی خودکار در اندازه‌های مختلف برای حمله به نسخه‌های مختلف مسائل اویلر و ناویه-استوکس استفاده کرد. این شرکت در یک بیانیه مطبوعاتی نوشت: «نزدیک به ۱۰۰ عامل برای حدود ۵۰ ساعت با هم کار کردند تا ردِ منظم بودنِ اویلر را تولید کنند.» آن‌ها سپس گروه بزرگ‌تری از عامل‌ها—حدود ۱۰۰۰۰ عامل—را برای حمله به ناویه-استوکس به کار گرفتند. پس از ۸۸ ساعت، عامل‌های اجراشده روی مدل داخلی، اثباتی از تکینگی در ناویه-استوکس داشتند و پس از ۱۷ ساعت دیگر، مدل هوش مصنوعی دیگری این نتیجه را رسمی‌سازی کرد. در مجموع، عامل‌ها تقریبا ۵ میلیون پیام برای یکدیگر فرستادند. سباستین بوبک از OpenAI هزینه محاسباتی را چند میلیون دلار برآورد می‌کند.

هنگام انتشار این خبر، جزئیات تعامل بین باکمستر، آلپوگه[۱۶] و OpenAI همچنان مبهم است—طرف‌های مختلف گفتگو نسخه‌های متفاوتی را ارائه می‌دهند. OpenAI حق تقدم نتیجه سه‌بعدی اویلر را به باکمستر و آلپوگه واگذار می‌کند، در حالی که ادعای تقدم در نتیجه ناویه-استوکس را دارد. در بیانیه باکمستر، به نظر می‌رسد او پیشنهاد می‌کند که پژوهشگران OpenAI یا عامل‌های هوش مصنوعی آن‌ها ممکن است به کارهایی که او و آلپوگه با استفاده از مدل‌های OpenAI انجام داده‌اند دسترسی پیدا کرده (و از آن بهره برده) باشند.

مدتی طول می‌کشد تا جدول زمانی اینکه چه کسی چه کاری را چه زمانی انجام داده روشن شود و اهمیت ریاضی اثبات‌های جدید هوش مصنوعی درک شود، حتی اگر آن‌ها قبلاً رسماً راستی‌آزمایی شده باشند. اما در هر صورت، دین علمی به کوردوبا و مارتینز-زوروآ کاملاً روشن است. مارتینز-زوروآ گفت: «من برای تریستان بسیار خوشحالم. قشنگ می‌شد اگر خودمان این کار را انجام می‌دادیم، اما برای او خیلی خوشحالم.»

* Konstantin Kakaes, September 8, 2026, AI Has Solved One of Math's 1 Million Millennium Prize Problems, Quanta Mag.

**دانشگاه یزد

[16] Alpöge